

ПОКАЗНИКОВА  
ФУНКЦІЯ, ЇЇ  
ВЛАСТИВОСТІ І  
ГРАФІКИ

# Обчисліть усно

■  $3^0 = 1$        $(\frac{1}{2})^{-1} = 2$        $(\frac{1}{3})^{-2} = 9$        $6^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{6}$

■  $3^{0,5} = \sqrt{3}$        $(\frac{4}{9})^0 = 1$        $(\frac{3}{5})^{-1} = 1\frac{2}{3}$        $64^{\frac{2}{3}} = 16$

■  $5^{-4} = \frac{1}{625}$        $3^{-4} \cdot 81 = 1$        $\sqrt{16} \cdot 2^{-2} = 1$        $36^{\frac{1}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{3}} = 12$

$(-8)^{\frac{1}{2}}$

Не має  
Розв'язку

# Знайдіть невідому функцію

1)  $y=x^2$    2)  $y=2x^2$    3)  $y = \sqrt{x}$    4)  $y=2^x$

5)  $y = \sqrt[3]{x}$    6)  $y=2x^4$    7)  $y = \frac{3}{x^3}$

8)  $y = \frac{1}{x}$

Функція виду  $f(x) = a^x$ ,

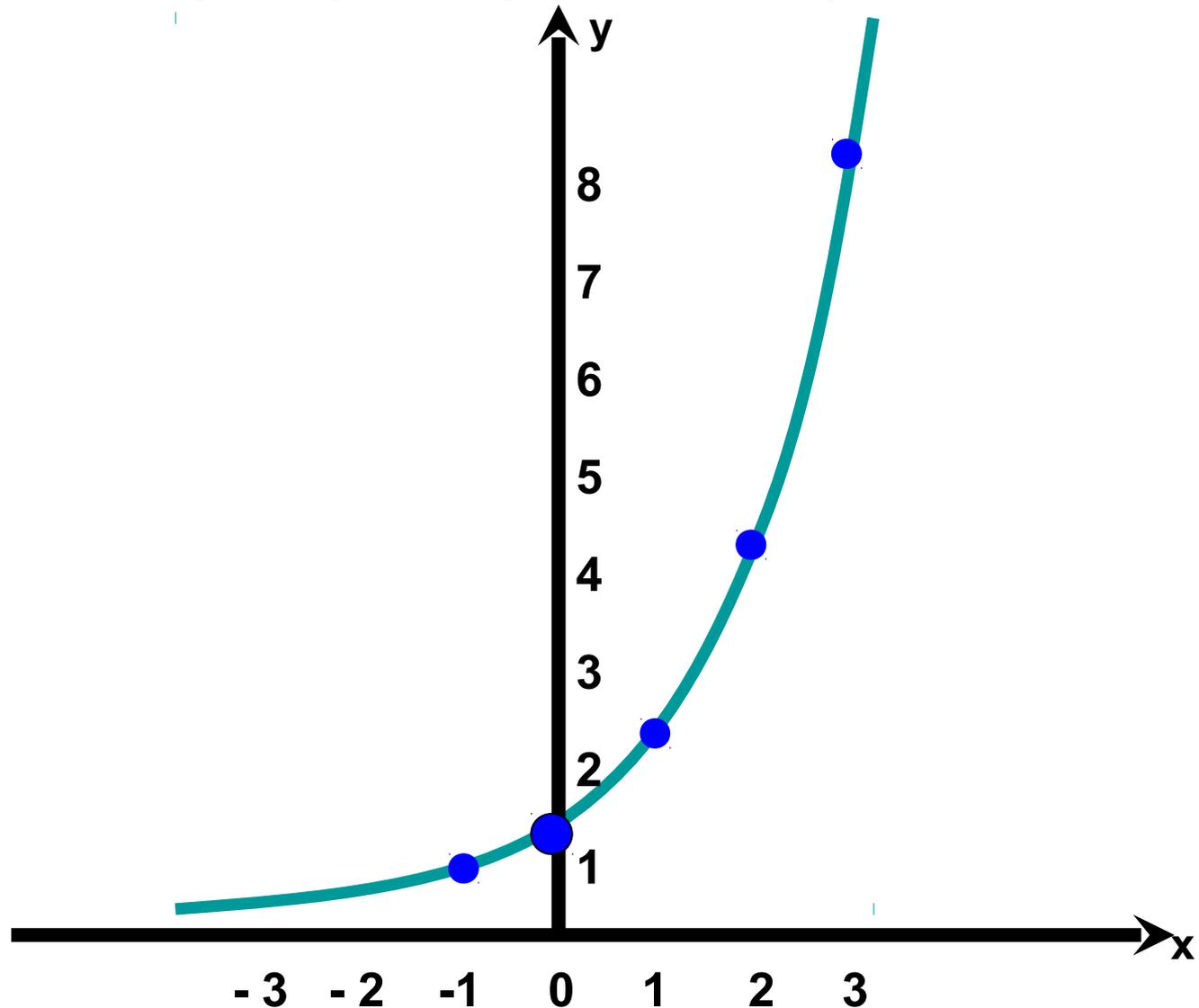
де  $a > 0, a \neq 1$

називається показниковою  
функцією.

# Задача 1

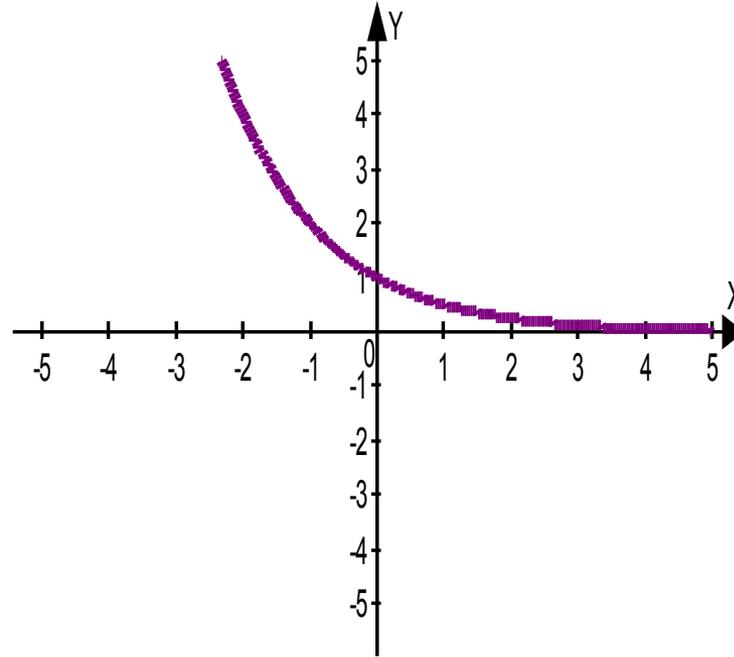
Побудувати графік функції  $y = 2^x$

x	y
-1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4
3	8



$$a = \frac{1}{2}; \quad y = \frac{1}{2} \cdot 2^x$$

<b>x</b>	<b>-2</b>	<b>-1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>
<b>y</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b><math>\frac{1}{2}</math></b>	<b><math>\frac{1}{4}</math></b>



# ВЛАСТИВОСТІ ПОКАЗНИКОВОЇ ФУНКЦІЇ.

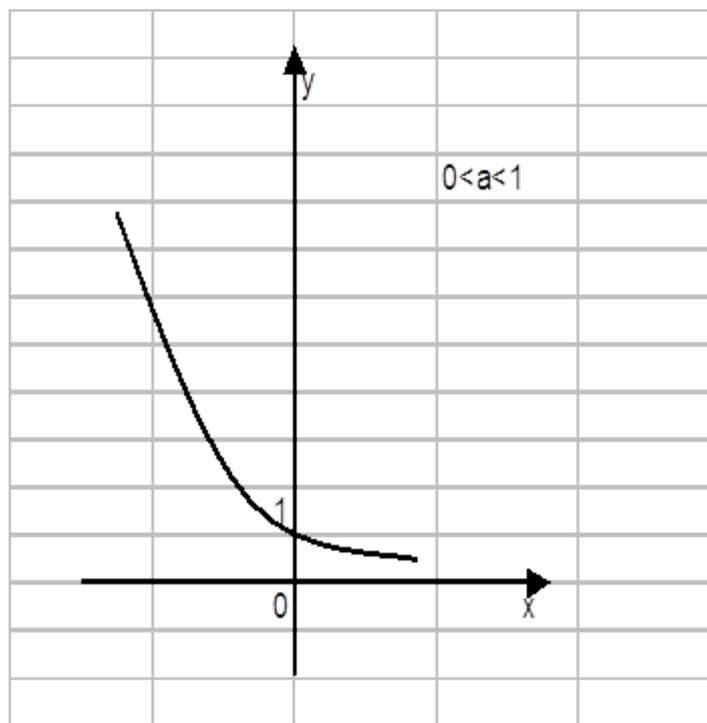
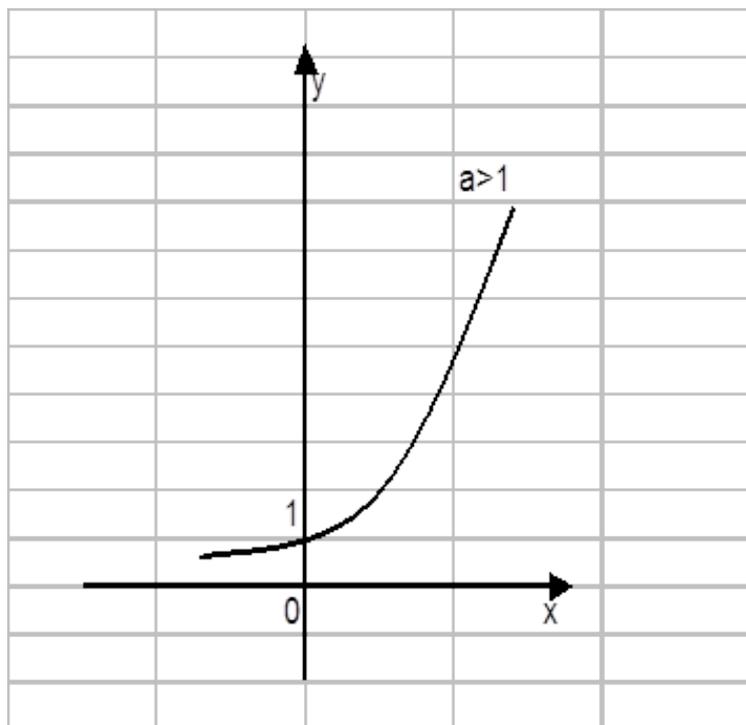
⊙ ЛЕМА. Якщо  $a > 1$  і  $x > 0$ ,

то  $a^x > 1$ ,

якщо  $0 < a < 1$  і  $x > 0$ ,

то  $0 < a^x < 1$

# ГРАФІКИ ФУНКЦІЇ (ЕКСПОНЕНТА)



# ВЛАСТИВОСТІ ПОКАЗНИКОВОЇ ФУНКЦІЇ

- Область визначення:  $\mathbf{R}$
- Область значень:  $(\mathbf{0}; +\infty)$
- Нулі: ---
- Проміжки знакосталості:  $y > \mathbf{0}$  на  $\mathbf{R}$
- Монотонність:
  - функція зростає, якщо  $a > \mathbf{1}$ ,
  - функція спадає, якщо  $\mathbf{0} < a < \mathbf{1}$
- Неперервність: неперервна
- Асимптоти: графік функції має горизонтальну асимптоту  $y = \mathbf{0}$

## Задача 2

Порівняти числа  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}}$  и  $\left(\frac{1}{3}\right)^{1,4}$

*Розв'язання*

$$\sqrt{2} = 1,41\dots > 1,4 \quad \left| \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{1,4}\right.$$

$0 < \frac{1}{3} < 1$

Відповідь:  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{3}\right)^{1,4}$

# Задача 3

Порівняти число  $3^{-5}$  з 1.

*Розв'язання*

$$\begin{array}{l} 1 = 3^0 \\ -5 < 0 \\ 3 > 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} \longrightarrow 3^{-5} < 3^0 \\ \longrightarrow 3^{-5} < 1 \end{array} \right.$$

Відповідь  $3^{-5} < 1$

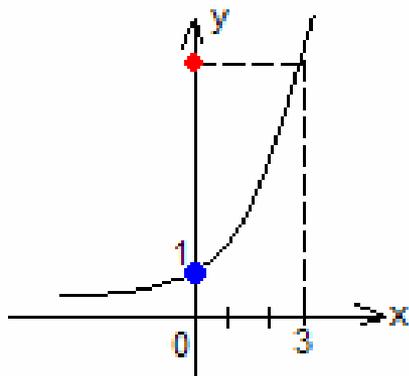
:

# Задача 4

Порівняти число  $p$  з 1

$$p = 2^3$$

$2 > 1$ , тоді  
функція  $y = 2^t$  –  
зростаюча.

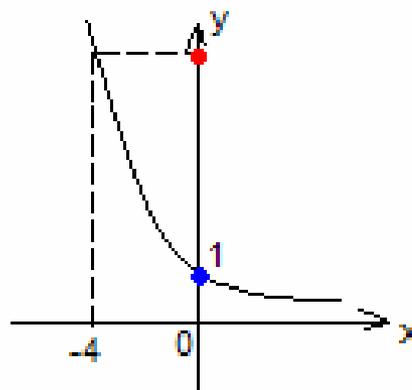


Відповідь:

$$2^3 > 1.$$

$$p = \left(\frac{1}{2}\right)^{-4}$$

$0 < \frac{1}{2} < 1$ , тоді  
функція  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^t$   
– спадна



Відповідь  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} > 1$

# Розв'яжіть самотійно

## ■ 2 варіант 1

### 1. Вкажіть монотонність функції

а)  $y = (4/3)^x$       б)  $y = (2/3)^x$

в)  $y = (\sqrt{2})^x$       г)  $y = (0,32)^x$

### 2. Вкажіть вірні твердження

а) п.ф. має мінімум

б) п.ф. набуває значення 1

в) п.ф. є непарною

г) п.ф. набуває від'ємних значень

### 3. Порівняйте, користуючись монотонністю

а)  $(9/4)^6$  і  $(9/4)^4$       б)  $(1/5)^2$  і  $(1/5)^8$

### 4. Порівняйте числа $m$ і $n$ , якщо

$$(5/2)^m > (5/2)^n$$

### 5. Яким є $a(a > 0)$ , якщо

$$a^{3/7} > a^{5/7}$$

### 1. Вкажіть монотонність функції

а)  $y = 3^x$       б)  $y = (0,5)^x$

в)  $y = (1/4)^x$       г)  $y = (\pi)^x$

### 2. Вкажіть вірні твердження

а) п.ф. має максимум

б) п.ф. набуває значення 0

в) п.ф. є парною

г) п.ф. набуває тільки додатних значення

### 3. Порівняйте, користуючись монотонністю

а)  $(5/3)^2$  і  $(5/3)^4$       б)  $(2/3)^3$  і  $(2/3)^5$

### 4. Порівняйте числа $m$ і $n$ , якщо

$$(5/8)^m < (5/8)^n$$

### 5. Яким є $a(a > 0)$ , якщо

$$a^{2/3} > a^{1/3}$$

# Перевіримо відповіді

## ■ 1 варіант

- 1) а) зростає, тому що  $a=3>1$   
б) спадає, тому що  $a=0,5<1$   
в) спадає, тому що  $a=(1/4)<1$   
г) зростає, тому що  $a=\pi>1$

2) а) - б) - в) - г) +

3) а)  $(5/3)^2 < (5/3)^4$  б)  $(2/3)^3 > (2/3)^5$

4)  $m > n$ , тому що  
функція спадна

2)  $a > 1$

## ■ 2 варіант

- 1) а) зростає, тому що  $a=4/3>1$   
б) спадає, тому що  $a=2/3<1$   
в) зростає, тому що  $a=\sqrt{2}>1$   
г) спадає, тому що  $a=0,32<1$

2) а) - б) + в) - г) -

3) а)  $(9/4)^6 > (9/4)^4$  б)  $(1/5)^2 > (1/5)^8$

4)  $m > n$ , тому що  
функція зростаюча

2)  $a < 1$

# Побудуйте схематично графіки

(користуючись перетвореннями)

## ■ 1 варіант

1.  $Y=3^x$

2.  $y=3^x-2$

3.  $Y=3^{x+1}$

## ■ 2 варіант

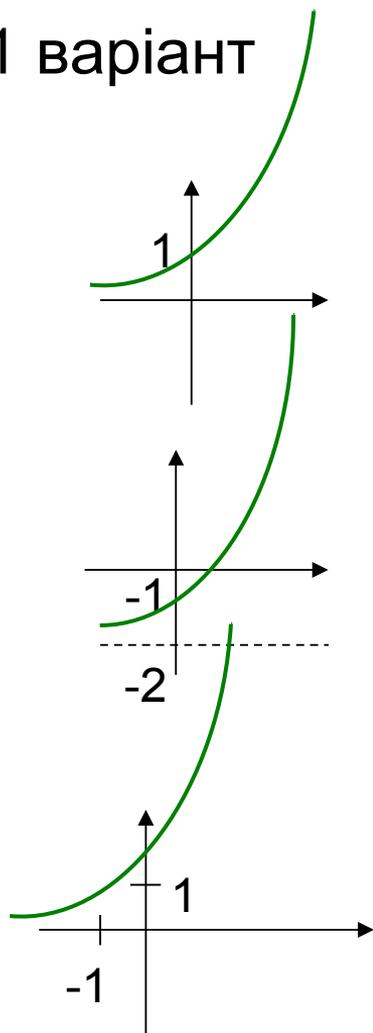
1.  $Y=(1/3)^x$

2.  $Y=(1/3)^{x-2}$

3.  $Y=(1/3)^x+1$

# Перевіримо графіки

1 варіант

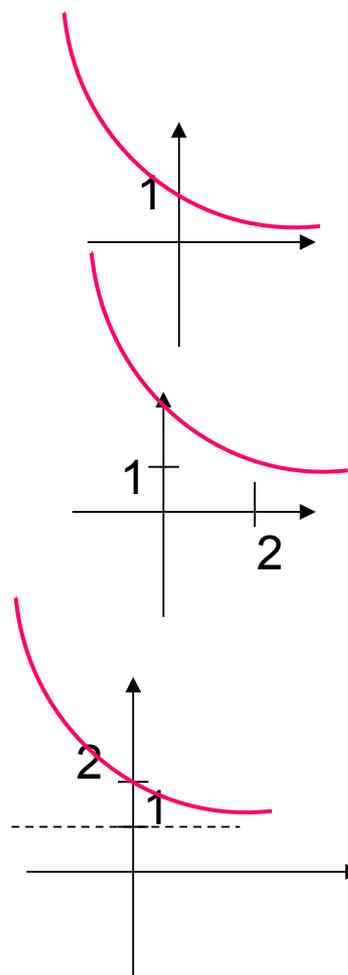


1) Функція зростає і проходить через точку  $(0,1)$

2) Графік змістили вниз на 2 одиниці

3) Графік змістили вліво на 1 одиницю

2 варіант



1) Функція спадає і проходить через точку  $(0,1)$

2) Графік змістили вправо на 2 одиниці

3) Графік змістили вгору на 1 одиницю

# Розв'яжіть самостійно

## ■ Перший рівень

Знайти область значень функції

1.  $Y = -2^x$
2.  $Y = 0,5^x + 1$
3.  $Y = 5^x - 2$

## ■ Другий рівень

Знайти найбільше і найменше значення функції

1.  $Y = 0,5^{\sin x}$
2.  $Y = 5 + 3^{\cos x}$
3.  $Y = (1/3)^{|\sin x|} - 2$

# ***Показникова функція***

***Її застосування в природі  
і техніці.***





- Подумайте! Где может  
непосредственно от показателя
- ◆ Тема «Показательная функция» является основополагающей при изучении таких тем, как «Производная показательной функции», «Термодинамика», «Электромагнетизм», «Ядерная физика», «Колебания», используется для решения некоторых задач судовождения.

# ***Наглядный бытовой пример!***

- ◆ Все, наверное, замечали, что если снять кипящий чайник с огня, то сначала он быстро остывает, а потом остывание идет гораздо медленнее. Дело в том, что скорость остывания пропорциональна разности между температурой чайника и температурой окружающей среды. Чем меньше становится эта разность, тем медленнее остывает чайник. Если сначала температура чайника равнялась  $T_0$ , а температура воздуха  $T_1$ , то через  $t$  секунд температура  $T$  чайника выразится формулой:
- ◆  $T = (T_0 - T_1)e^{-kt} + T_1$ ,
- ◆ где  $k$  - число, зависящее от формы чайника, материала, из которого он сделан, и количества воды, которое в нем находится.

При падении тел в безвоздушном пространстве скорость их непрерывно возрастает.

- ◆ При падении тел в воздухе скорость падения тоже увеличивается, но не может превзойти определенной величины.

- ◆ Когда радиоактивное вещество распадется, его количество уменьшается. Через некоторое время остается половина первоначального количества вещества. Этот промежуток времени  $t_0$  называется периодом полураспада. Вообще через  $t$  лет масса  $m$  вещества будет равна:  
 $m = m_0(1/2)^{t/t_0}$ , где  $m_0$  - первоначальная масса вещества. Чем больше период полураспада, тем медленнее распадается вещество.
- ◆ Явление радиоактивного распада используется для определения возраста археологических находок, например, определен примерный возраст Земли, около 5,5 млрд. лет, для поддержания эталона времени.

# Она не перестаёт нас удивлять!

- ◆ Показательная функция также используется при решении некоторых задач судовождения, например, функцию  $e^{-x}$  используют в задачах, требующих применения биномиального закона (повторение опытов), закона Пуассона (редких событий), закона Релея (длина случайного вектора).